



# MATHÉMATIQUES

## **Programme de mathématiques de la classe de sixième**

Ce programme entrera en application à la rentrée 2005

# Mathématiques

## CLASSE DE SIXIÈME

Les grands équilibres et le niveau général d'exigence du programme du 22 novembre 1995 sont conservés. Les modifications apportées visent à insister davantage sur la continuité des apprentissages (école élémentaire - collège), à mieux structurer les contenus enseignés et à expliciter plus clairement les points forts et la démarche, notamment dans le domaine numérique.

Ce programme tient compte du programme de l'école élémentaire publié au BO hors série n°1 du 14 février 2002 et des informations recueillies à l'occasion de diverses évaluations concernant les acquis mathématiques des élèves à l'école élémentaire et en classe de sixième. Le document d'accompagnement « Mathématiques : articulation école-collège » qui a pour but de préciser les aspects les plus significatifs de cette articulation dans le cadre de l'enseignement des mathématiques apporte des compléments utiles à la lecture de ce programme. Il en est de même du document d'application associé au programme de cycle 3 auquel il est fait référence dans la colonne « contenus ».

Le nombre de compétences affichées est plus important que dans le programme précédent. Cela ne correspond pas à un alourdissement du programme, mais à la volonté de mieux préciser les compétences attendues des élèves à la fin de la classe de sixième et de les situer plus clairement par rapport aux apprentissages de l'école élémentaire, et donc d'aider les professeurs dans l'organisation de leur enseignement.

L'enseignement des mathématiques en classe de sixième a une triple visée :

- consolider, enrichir et structurer les acquis de l'école primaire ;
- préparer à l'acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques (résolution de problèmes, raisonnement) ;
- développer la capacité à utiliser les outils mathématiques dans différents domaines (vie courante, autres disciplines).

Pour cela, la démarche d'apprentissage vise à bâtir les connaissances mathématiques à partir de problèmes rencontrés dans d'autres disciplines ou issus des mathématiques elles-mêmes. En retour, les savoirs mathématiques doivent être utilisables dans des spécialités diverses, ce qui contribue à faire prendre conscience de la cohérence des savoirs et de leur intérêt mutuel et favorise la prise en compte par les élèves à la fois du caractère d'« outil » des mathématiques et de leur développement comme science autonome.

Cette démarche renforce également la formation intellectuelle de l'élève, développe ses capacités de travail personnel (individuellement et en équipes) et concourt à la formation du citoyen. Elle vise notamment à :

- développer les capacités de raisonnement : observation, analyse, pensée déductive ;
- stimuler l'aptitude à chercher qui nécessite imagination et intuition ;
- habituer l'élève à justifier ses affirmations, à argumenter à propos de la validité d'une solution, et pour cela à s'exprimer clairement aussi bien à l'écrit qu'à l'oral ;

- affermir les qualités d'ordre et de soin.

Le programme établit une distinction claire entre :

- les activités de formation qui doivent être aussi riches et diversifiées que possible ;
- les compétences que les élèves doivent maîtriser.

Le programme de la classe de sixième a pour objectifs principaux :

■ dans la partie « **organisation et gestion de données, fonctions** » :

- de mettre en place les principaux raisonnements qui permettent de traiter les situations de proportionnalité ;
- d'initier les élèves à la présentation de données sous diverses formes (tableaux, graphiques...)

■ dans la partie « **nombres et calculs** » :

- de développer le calcul mental et l'utilisation rationnelle des calculatrices ;
- de conforter et étendre leur connaissance des nombres décimaux : désignations, ordre, calcul (en particulier pour ce qui concerne la multiplication et la division) ;
- de mettre en place une nouvelle signification de l'écriture fractionnaire, comme quotient de deux entiers.

■ dans la partie « **géométrie** » :

- de compléter la connaissance des propriétés de certaines figures planes (triangles, rectangle, losange, cerf-volant, carré, cercle) et du parallépipède rectangle ;
- de reconnaître les figures planes mentionnées ci-dessus dans une configuration complexe ;
- d'utiliser des propriétés de la symétrie axiale, reliées aux notions de médiatrice d'un segment et de bissectrice d'un angle ;
- de maîtriser l'usage de techniques de construction et l'utilisation des instruments adaptés.

■ dans la partie « **grandeurs et mesure** » :

- de compléter les connaissances relatives aux longueurs, aux masses et aux durées ;
- de consolider la notion d'angle, à partir des premières expériences de l'école primaire ;
- d'assurer la maîtrise de la notion d'aire (distinguée de celle de périmètre) et celle du système d'unités de mesure des aires ;
- de mettre en place la notion de volume et commencer l'étude du système d'unités de mesure des volumes.

Le vocabulaire et les notations nouvelles ( $\approx$ ,  $\%$ ,  $\in$ ,  $[AB]$ ,  $(AB)$ ,

$\widehat{AB}$ ,  $\widehat{AOB}$ ) sont introduits au fur et à mesure de leur utilité, et non au départ d'un apprentissage.

Les exemples d'activité incluant les technologies nouvelles d'information et de communication ont été renforcés dans la présentation du programme afin de mieux prendre en compte les compétences à développer dans le cadre du niveau 2 du Brevet informatique et internet. La mention  $[B2i]$  signale dans le programme les points particulièrement propices au développement de ces compétences.

## 1. Organisation et gestion de données. Fonctions

La résolution de problèmes de proportionnalité est déjà travaillée à l'école primaire. Elle se poursuit en classe de sixième, avec des outils nouveaux. La capacité à distinguer les problèmes qui relèvent de la proportionnalité de ceux qui n'en relèvent pas et à mettre en œuvre les raisonnements qui en permettent la résolution constitue un objectif essentiel, d'autant plus que ces raisonnements sont utilisés dans de nombreuses disciplines. Dans le strict cadre de l'enseignement des mathématiques, la proportionnalité fait l'objet d'un apprentissage continu et progressif sur les quatre années du

collège et permet de comprendre et de traiter de nombreuses notions du programme.

A l'école primaire, les élèves ont été mis en situation de prendre de l'information à partir de tableaux, de diagrammes ou de graphiques. Ce travail se poursuit au collège, notamment avec l'objectif de rendre les élèves capables de faire une interprétation critique de l'information apportée par ces types de présentation des données, aux natures très diverses, en liaison avec d'autres disciplines (histoire-géographie, SVT, technologie...).

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
<p><b>1.1. Proportionnalité</b> [Programme cycle 3 ; document d'application, p.16 et 17]</p>	<p>- Traiter les problèmes « de proportionnalité », en utilisant des raisonnements appropriés, en particulier :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- passage par l'image de l'unité ;</li> <li>- utilisation d'un rapport de linéarité, exprimé, si nécessaire, sous forme de quotient ;</li> <li>- utilisation du coefficient de proportionnalité, exprimé, si nécessaire, sous forme de quotient.</li> </ul> <p>- Reconnaître les situations qui relèvent de la proportionnalité et celles qui n'en relèvent pas.</p> <p>[SVT]</p> <p>- Appliquer un taux de pourcentage</p> <p>[SVT]</p>	<p>Les problèmes à proposer (qui relèvent aussi bien de la proportionnalité que de la non proportionnalité) se situent dans le cadre des grandeurs (quantités, mesures). L'étude de la proportionnalité dans le cadre purement numérique relève du programme de la classe de cinquième.</p> <p>Les situations de proportionnalité se caractérisent par le fait que des raisonnements du type « ... fois plus... » peuvent être mobilisés. Pour chaque situation, l'élève doit être en mesure de mobiliser l'une ou l'autre des trois compétences citées. Les raisonnements correspondants s'appuient :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- soit sur la propriété de linéarité relative à la multiplication (homogénéité) qui correspond, par exemple, au fait que « 3 fois plus d'objets coûtent 3 fois plus cher »,</li> <li>- soit sur la mise en évidence du coefficient de proportionnalité : par exemple, sur un plan, une distance sur le terrain est traduite par une distance « deux cents fois plus petite »).</li> </ul> <p>La propriété additive de la linéarité est également utilisée.</p> <p>Ces différentes propriétés n'ont pas à être formalisées.</p> <p>Les rapports utilisés sont, soit des rapports entiers ou décimaux simples (2,5 par exemple, qui peut être exprimé par « 2 fois et demie »), soit des rapports exprimés sous forme de quotient : le prix de 7 m de tissu est <math>\frac{7}{3}</math> fois le prix de 3 m de tissu.</p> <p>La notion de pourcentage a été présentée au cycle 3, mais aucune procédure experte n'a été étudiée. Il s'agit en classe de sixième de mettre en évidence et de justifier, par exemple, que prendre « 17 pour cent d'un nombre » revient à multiplier ce nombre par <math>\frac{17}{100}</math>, en relation avec le travail sur la notion de quotient. Mais, dans des cas simples, des solutions plus rapides sont possibles. Par exemple, pour prendre 17 % de 200, les élèves doivent remarquer qu'il suffit de multiplier 17 par 2.</p>
<p><b>1.2. Organisation et représentation de données</b> [Programme cycle 3 ; document d'application, p.16 et 17]</p>	<p>- Organiser des données en choisissant un mode de présentation adapté :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- tableaux en deux ou plusieurs colonnes ;</li> <li>- tableaux à double entrée.</li> </ul> <p>[SVT, histoire-géographie]</p> <p>- Lire et compléter une graduation sur une demi-droite graduée, à l'aide d'entiers naturels, de décimaux ou de quotients (placement exact ou approché).</p> <p>[SVT, histoire-géographie]</p> <p>- Lire et interpréter des informations à partir d'une représentation graphique (diagrammes en bâtons, diagrammes circulaires ou demi-circulaires, graphiques cartésiens).</p> <p>[SVT, histoire-géographie]</p>	<p>Les évaluations à l'entrée en classe de sixième montrent que, dans leur grande majorité, les élèves sont capables de lire les informations fournies par un tableau. Le travail doit donc être davantage centré sur la construction par les élèves de telles organisations : choix des entrées appropriées, présentation des données. Il s'agit d'un premier pas vers la capacité à recueillir des données et à les présenter sous forme de tableau. [ B2i]</p> <p>Ce travail, indispensable à la compréhension des représentations graphiques utilisant des axes gradués, présente un double intérêt.</p> <p>D'une part, il permet un travail sur la proportionnalité, à partir des relations entre les distances entre deux points et les différences entre les abscisses de ces points. D'autre part, il permet une meilleure compréhension de l'ordre sur les différents types de nombres envisagés.</p> <p>Il est en outre intimement lié aux questions relatives au placement approché des nombres et permet un travail sur les ordres de grandeur.</p> <p>Dans ce domaine également, un premier travail a été réalisé à l'école primaire. Les compétences visées vont de la simple lecture d'une information (qui revient, par exemple, sur un graphique, à la lecture des coordonnées) à la capacité à faire une interprétation globale et qualitative de la représentation étudiée (évolution d'une grandeur en fonction d'une autre). Certaines représentations peuvent être obtenues en utilisant un ordinateur. [ B2i]</p>

## 2. Nombres et calculs

Cette partie du programme s'appuie naturellement sur la résolution de problèmes. Outre leur intérêt propre, ces problèmes doivent permettre aux élèves, en continuité avec l'école élémentaire, d'associer à une situation concrète un travail numérique et de mieux saisir le sens des opérations figurant au programme. Les problèmes proposés sont issus de la vie courante, des autres disciplines ou des mathématiques, cette dernière source de problèmes ne devant pas être négligée.

Les travaux numériques prennent appui sur la pratique du calcul exact ou approché sous ses différentes formes, souvent utilisées en

interaction : calcul mental automatisé ou réfléchi, calcul posé ou instrumenté. A la suite de l'école primaire, le collège doit, en particulier, permettre aux élèves d'entretenir et de développer leurs compétences en calcul mental, ces compétences étant indispensables dans de nombreux domaines.

La notion de quotient occupe une place centrale en sixième, sous ses différentes significations : quotient euclidien, quotient décimal, quotient fractionnaire. Elle permet notamment d'élargir la portée des procédures utilisées à l'école élémentaire pour traiter des situations relevant de la proportionnalité.

Contenus	Compétences	Exemples d'activité, commentaires
<p><b>2.1 Nombres entiers et décimaux</b></p> <p>Désignations [Programme cycle 3 ; document d'application, p. 22 à 24]</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Connaître et utiliser la valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un entier ou d'un décimal.</li> <li>- Associer diverses désignations d'un nombre décimal : écriture à virgule, fractions décimales. [SVT]</li> </ul>	<p>A partir de l'évaluation des connaissances des élèves, l'objectif est de consolider et d'enrichir les acquis de l'école élémentaire relatifs à la numération de position et à l'ordre sur les nombres entiers et décimaux.</p> <p>Les activités proposées doivent permettre une reprise de l'étude des nombres décimaux, sans refaire tout le travail réalisé à l'école élémentaire, l'objectif principal étant d'assurer une bonne compréhension de la valeur des chiffres en fonction du rang qu'ils occupent dans l'écriture à virgule.</p> <p>Pour cela, diverses mises en relation sont utilisées. Par exemple, 23,042 est mis en relation avec :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>23 + \frac{4}{100} + \frac{2}{1000}</math></li> <li>- <math>\frac{23042}{1000}</math> (la relation entre écriture à virgule et quotient de 23 042 par 1 000 est une nouveauté pour les élèves)</li> <li>- le fait que 23,042 est le nombre qui, multiplié par 1 000, donne 23 042</li> <li>- des lectures significatives « 23 et 4 centièmes et 2 millièmes », « 23 et 42 millièmes »</li> <li>- le positionnement sur une demi-droite graduée : 23,042 peut être situé après 23, en avançant de 4 centièmes, puis de 2 millièmes</li> <li>- l'expression de mesures, une unité étant choisie : 23,042 m, c'est 23 mètres plus 4 centièmes de mètre (4 cm) et 2 millièmes de mètre (2 mm) ou 23 mètres plus 42 millièmes de mètre (42 mm), ce qui permet d'écrire : <math>23,042 \text{ m} = 23 \text{ m} + 4 \text{ cm} + 2 \text{ mm} = 23 \text{ m} + 42 \text{ mm}</math>.</li> </ul>
Ordre	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comparer deux nombres entiers ou décimaux, ranger une liste de nombres.</li> <li>- Encadrer un nombre, intercaler un nombre entre deux autres.</li> <li>- Placer un nombre sur une demi-droite graduée.</li> <li>- Lire l'abscisse d'un point ou en donner un encadrement.</li> </ul>	<p>Les erreurs relatives à l'ordre sur les décimaux proviennent le plus souvent d'une interprétation erronée des écritures à virgule. Les règles utilisées pour comparer, encadrer, intercaler des nombres doivent donc être justifiées en s'appuyant sur la signification des écritures décimales. Le placement sur une demi-droite graduée est pour cela un bon support d'activités.</p>
Valeur approchée décimale	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Donner la valeur approchée décimale (par excès ou par défaut) d'un décimal à l'unité, au dixième, au centième près.</li> </ul>	<p>Le travail sur la notion de valeur approchée décimale d'un nombre doit être mené dans des situations significatives : recherche de l'ordre de grandeur du résultat d'un calcul, interprétation du résultat donné par une calculatrice en fonction du contexte...</p> <p>Sans formalisation excessive, les notions d'arrondi et de troncature peuvent être distinguées, notamment en liaison avec l'usage des calculatrices.</p>

Contenus	Compétences	Exemples d'activité, commentaires
<p>Opérations : addition, soustraction et multiplication  <i>[Programme cycle 3 ; document d'application, p. 25 à 29]</i></p> <p>Ordre de grandeur</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Connaître les tables d'addition et de multiplication et les résultats qui en dérivent.</li> <li>- Multiplier un nombre par 10, 100, 1000 et par 0,1 ; 0,01 ; 0,001. <i>[SVT, histoire-géographie]</i></li> <li>- Choisir les opérations qui conviennent au traitement de la situation étudiée.</li> <li>- Savoir effectuer ces opérations sous les diverses formes de calcul : mental, posé, instrumenté.</li> <li>- Connaître la signification du vocabulaire associé : somme, différence, produit, terme, facteur.</li> <li>- Etablir un ordre de grandeur d'une somme, d'une différence, d'un produit. <i>[SVT, histoire-géographie]</i></li> </ul>	<p>La maîtrise des tables est consolidée par une pratique régulière du calcul mental sur des entiers et des décimaux simples.</p> <p>La multiplication par 10, 100, 1000 est déjà mise en place à l'école élémentaire. La multiplication par 0,1 ; 0,01 ; 0,001 est à mettre en place en sixième en liaison avec le sens de la multiplication par une fraction décimale : "prendre le dixième (le centième...) d'un nombre". La multiplication par ces puissances de dix peut être reliée à des problèmes d'échelles ou de changements d'unités.</p> <p>Le terme « puissance » et la notation <math>a^b</math> sont hors programme.</p> <p>Le calcul est au service des situations qu'il permet de traiter : le travail sur le « sens des opérations » est essentiel. Pour les problèmes à étapes, la solution peut être donnée à l'aide d'une suite de calculs ou à l'aide de calculs avec parenthèses.</p> <p>L'addition et la soustraction de nombres décimaux sont des acquis du cycle 3. Il en est de même de la multiplication d'un nombre décimal par un entier. La multiplication de deux décimaux est, en revanche, à mettre en place en sixième, aussi bien du point de vue du sens que du point de vue de la technique de calcul posé. Le sens de la multiplication de deux décimaux est en rupture avec celui de la multiplication de deux entiers notamment par le fait que, dans ce cas, "une multiplication" n'agrandit pas toujours.</p> <p>La maîtrise des différents moyens de calcul doit devenir suffisante pour ne pas faire obstacle à la résolution de problème, l'élève étant capable de faire le choix du moyen de calcul le plus approprié dans une situation donnée. Concernant le calcul posé, les nombres doivent rester de taille raisonnable et aucune virtuosité technique n'est recherchée. La capacité à calculer mentalement est une priorité et fait l'objet d'activités régulières.</p> <p>La maîtrise du calcul passe en particulier par la capacité à trouver dans des situations numériques simples rencontrées à propos de problèmes concrets :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- le nombre à ajouter à un nombre donné pour obtenir un résultat donné</li> <li>- le nombre à retrancher à un nombre donné pour obtenir un résultat donné</li> <li>- le nombre par lequel multiplier un nombre donné pour obtenir un résultat donné (cf. paragraphe 2.2 : Division, quotient).</li> </ul> <p>La désignation de l'inconnue par une lettre n'est pas nécessaire dans ces activités.</p> <p>L'usage d'ordres de grandeur pour contrôler ou anticiper un résultat permet de sensibiliser les élèves à leur intérêt, en s'attachant à faire utiliser, parmi les réponses possibles, celles qui conviennent le mieux à la situation étudiée.</p>
<p><b>2.2 Division, quotient</b></p> <p>Division euclidienne  <i>[Programme cycle 3 ; document d'application, p. 25 à 29]</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconnaître les situations qui peuvent être traitées à l'aide d'une division euclidienne et interpréter les résultats obtenus.</li> <li>- Calculer le quotient et le reste d'une division d'un entier par un entier dans des cas simples (calcul mental, posé, instrumenté).</li> <li>- Connaître et utiliser le vocabulaire associé (dividende, diviseur, quotient, reste).</li> <li>- Connaître et utiliser les critères de divisibilité par 2, 4, 5, 3 et 9.</li> </ul>	<p>L'attention des élèves doit être attirée sur la nécessité d'interpréter les deux résultats fournis (quotient et reste) dans le contexte du problème posé : quotient par défaut ou par excès, reste ou complément du reste au diviseur.</p> <p>Dans ce domaine également, le calcul mental (en particulier approché) constitue l'objectif prioritaire.</p> <p>La mise en place de techniques "expertes" est poursuivie, en se limitant à des diviseurs à un ou deux chiffres. La compréhension des étapes de la division posée en améliore la maîtrise. Dans cette optique, la pose des soustractions intermédiaires et de produits partiels ne doit pas être prohibée.</p> <p>Les élèves utilisent l'écriture de la relation <math>a=bq+r</math> (<math>r &lt; b</math>) pour contrôler le calcul, dans la continuité du travail entrepris à l'école primaire. La forme littérale de la relation est hors programme.</p> <p>La notion de multiple a été introduite à l'école primaire. Elle est rappelée, sur des exemples numériques, en même temps qu'est introduite celle de diviseur. Les différentes significations de ce dernier terme doivent être explicitées.</p> <p>A l'école primaire, les élèves ont appris à reconnaître les multiples de 2 et 5.</p>

Contenus	Compétences	Exemples d'activité, commentaires
Écriture fractionnaire [Programme cycle 3 ; document d'application, p. 21 et 22]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Interpréter <math>\frac{a}{b}</math> comme quotient de l'entier <math>a</math> par l'entier <math>b</math>, c'est-à-dire comme le nombre qui multiplié par <math>b</math> donne <math>a</math>.</li> <li>- Placer le quotient de deux entiers sur une demi-droite graduée dans des cas simples.</li> </ul>	<p>A l'école élémentaire, l'écriture fractionnaire est introduite en référence au partage d'une « unité ».</p> <p>Les activités en sixième s'articulent autour de trois idées fondamentales :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- le quotient <math>\frac{a}{b}</math> est un nombre (solution du problème évoqué au 2.1) ;</li> <li>- le produit de <math>\frac{a}{b}</math> par <math>b</math> est égal à <math>a</math> ;</li> <li>- le nombre <math>\frac{a}{b}</math> peut être approché par un décimal.</li> </ul> <p>Par exemple, <math>\frac{7}{3}</math> est un nombre que l'on pourra envisager comme</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 7 fois un tiers ;</li> <li>- le tiers de 7 ou le nombre qui multiplié par 3 est égal à 7 ;</li> <li>- un nombre dont une valeur approchée est 2,33.</li> </ul> <p>La remarque est faite que tout nombre décimal peut s'écrire sous forme de quotient. Par exemple, <math>0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}</math>. En revanche, certains quotients ne sont pas des nombres décimaux : <math>\frac{7}{3} \neq 2,33</math>.</p> <p>Le vocabulaire relatif aux écritures fractionnaires est utilisé : numérateur, dénominateur.</p>
Division décimale	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Multiplier un nombre entier ou décimal par un quotient de deux entiers sans effectuer la division.</li> <li>- Reconnaître dans des cas simples que deux écritures fractionnaires différentes sont celles d'un même nombre.</li> <li>- Calculer une valeur approchée décimale du quotient de deux entiers ou d'un décimal par un entier, dans des cas simples (calcul mental, posé, instrumenté).</li> <li>- Diviser par 10, 100, 1000 [SVT]</li> </ul>	<p>Il s'agit de "prendre une fraction" d'une quantité. L'utilisation de quotients, sous forme fractionnaire, permet de gérer plus facilement les raisonnements et de repousser la recherche d'une valeur approchée décimale à la fin de la résolution.</p> <p>Le vocabulaire commun, introduit à l'école primaire, est utilisé : double/moitié, triple/tiers, quadruple/quart. Les élèves doivent être entraînés à effectuer mentalement des calculs utilisant ces expressions, sur des nombres entiers ou décimaux simples.</p> <p>Le fait qu'un quotient ne change pas quand on multiplie son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul est mis en évidence et utilisé. La connaissance des tables de multiplication est notamment exploitée à cette occasion.</p> <p>La notation <math>\frac{a}{b}</math> peut, à partir de là, être étendue au cas du quotient de deux décimaux et des égalités comme <math>\frac{5,24}{2,1} = \frac{524}{210}</math> peuvent être utilisées, mais aucune compétence n'est exigible à ce sujet.</p> <p>A l'école élémentaire, les décimaux ont pu intervenir dans des problèmes de division au delà de la virgule (partage d'une longueur par exemple), mais aucune compétence technique n'a été mise en place.</p> <p>La division décimale permet d'obtenir soit la valeur décimale exacte (quand elle existe), soit une valeur décimale approchée du quotient.</p> <p>Ce qui est indiqué concernant l'extension de la notation <math>\frac{a}{b}</math> au cas de deux décimaux permet d'aborder le calcul d'un quotient de deux décimaux, sans qu'aucune compétence ne soit exigible à ce sujet.</p> <p>Le lien est fait avec les multiplications par 0,1 ; 0,01...</p>

### 3. Géométrie

A l'école élémentaire, les élèves ont acquis une première expérience des figures et des solides les plus usuels, en passant d'une reconnaissance perceptive (reconnaissance des formes) à une connaissance plus analytique prenant appui sur quelques propriétés (alignement, perpendicularité, parallélisme, égalité de longueurs, milieu, axes de symétrie), vérifiées à l'aide d'instruments. Ils ont été entraînés au maniement de ces instruments (équerre, règle, compas, gabarit) sur des supports variés, pour construire des figures, en particulier pour le tracé de perpendiculaires et de parallèles à l'aide de la règle et de l'équerre.

Les travaux conduits en sixième prennent en compte les acquis antérieurs, évalués avec précision et obéissent à de nouveaux objectifs. Ils doivent viser d'une part à stabiliser les connaissances des élèves et d'autre part à les structurer, et peu à peu à les hiérarchiser. L'objectif d'initier à la déduction est aussi pris en compte. A cet effet, les activités qui permettent le développement des capacités à décortiquer et à construire des figures et des solides

simples, à partir de la reconnaissance des propriétés élémentaires, occupent une place centrale.

Les travaux géométriques sont conduits dans différents cadres : espace ordinaire (cour de récréation, par exemple), espace de la feuille de papier uni ou quadrillé, écran d'ordinateur. La résolution des mêmes problèmes dans ces environnements différents, et les interactions qu'elle suscite, contribuent à une approche plus efficace des concepts mis en oeuvre.

Les connaissances géométriques permettent de modéliser des situations (par exemple représenter un champ par un rectangle) et de résoudre ainsi des problèmes posés dans l'espace ordinaire. Les formes géométriques (figures planes, solides) se trouvent dans de nombreux domaines : architecture, œuvres d'art, éléments naturels, objets d'usage courant... Ces mises en relation permettent peu à peu de dégager le caractère universel des objets géométriques par rapport à leurs diverses réalisations naturelles ou artificielles.

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
<p><b>3.1. Figures planes, médiatrice, bissectrice</b>  <i>[Programme cycle 3 ; document d'application, p. 31 à 33]</i></p>	<p>- Utiliser différentes méthodes pour :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- reporter une longueur ;</li> <li>- reproduire un angle ;</li> <li>- tracer, par un point donné, la perpendiculaire ou la parallèle à une droite donnée.</li> </ul>	<p>Ces compétences sont à développer en priorité sur papier uni, en utilisant les instruments usuels (règle, équerre et compas). Elles prennent leur sens lorsqu'elles sont mobilisées pour résoudre un problème : reproduire une figure, en compléter un agrandissement ou une réduction déjà amorcée, construire une figure d'après une de ses descriptions. Les méthodes doivent varier en fonction de l'espace dans lequel est posé le problème et des instruments laissés à la disposition des élèves :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- pour le report de longueurs : usage du compas, d'une bande de papier ou de la règle graduée ;</li> <li>- pour la reproduction d'un angle : usage d'un gabarit ou du rapporteur ;</li> <li>- pour le tracé d'une perpendiculaire : usage de la règle et de l'équerre, puis du compas et de la règle (après le travail sur la médiatrice d'un segment) ;</li> <li>- pour le tracé d'une parallèle : usage de la règle et de l'équerre.</li> </ul> <p>Les exercices, sans problématique, dans lesquels ces compétences sont travaillées pour elles-mêmes, sont indispensables. Ils ne doivent en aucun cas se substituer aux situations plus riches dans lesquelles ces compétences prennent tout leur sens.</p> <p>Le rapporteur est, pour les élèves de 6<sup>e</sup>, un nouvel instrument de mesure dont l'utilisation doit faire l'objet d'un apprentissage spécifique.</p> <p>A l'école primaire, les élèves ont utilisé le fait que l'écartement entre deux droites parallèles est constant. En sixième, deux droites parallèles sont définies comme deux droites non sécantes et caractérisées par le fait que si l'une est perpendiculaire à une troisième droite, l'autre l'est également. Deux droites perpendiculaires sont définies comme deux droites sécantes déterminant quatre angles égaux (qui sont des angles droits).</p>
Propriétés des quadrilatères usuels	- Connaître les propriétés relatives aux côtés, aux angles, aux diagonales pour les quadrilatères suivants : rectangle, losange, cerf-volant, carré.	<p>Certaines des propriétés évoquées ont déjà été étudiées à l'école primaire (notamment celles relatives aux côtés, à la présence d'angles droits ou à celle d'axes de symétrie), d'autres sont nouvelles (notamment celles relatives aux angles autres que les angles droits et celles relatives aux diagonales).</p> <p>La symétrie orthogonale est mise en jeu le plus fréquemment possible pour justifier les propriétés.</p>
Propriétés des triangles usuels	- Connaître les propriétés relatives aux côtés et aux angles des triangles suivants : triangle isocèle, triangle équilatéral, triangle rectangle.	<p>La connaissance ainsi développée des figures ci-contre conduit à les situer les unes par rapport aux autres, en mettant en évidence leurs propriétés communes et des propriétés différentes. Dans cette optique nouvelle, le carré est reconnu comme étant un losange particulier et un rectangle particulier car il vérifie les propriétés du losange et celles du rectangle.</p>

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
Reproduction, construction de figures usuelles	- Utiliser ces propriétés pour reproduire ou construire ces figures.	<p>Les travaux de reproduction et de construction peuvent consister en :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- la copie conforme d'un modèle concret ou d'un dessin ;</li> <li>- le dessin d'une figure à compléter, constituant éventuellement un agrandissement ou une réduction d'une figure donnée ;</li> <li>- un dessin à partir d'un schéma codé à main levée, avec ou sans données numériques ;</li> <li>- un dessin à partir d'un énoncé décrivant une figure.</li> </ul> <p>Dans ce dernier cas, il existe en général plusieurs réalisations conformes à la description, ce qui peut donner lieu à des analyses et des échanges fructueux entre les élèves.</p> <p>Les procédés utilisés pour la reproduction ou la construction dépendent des indications fournies à l'élève et des instruments disponibles. Pour les figures suivantes : cerf-volant, losange, carré, triangle isocèle, triangle équilatéral, leur construction à la règle graduée et au compas est un objectif de la classe de sixième (dans la mesure où la construction ne fait pas intervenir le parallélisme).</p>
Reproduction, construction de figures complexes	- Reconnaître des figures simples dans une figure complexe.	<p>Les situations dans lesquelles les élèves ont à identifier des propriétés et des figures simples dans une figure complexe à reproduire demandent un travail d'analyse qui est nécessaire aux élèves pour leurs apprentissages ultérieurs. Il s'agit d'une activité essentielle. Il en va de même de petits problèmes de type "construction" et " lieux géométriques ". L'usage d'outils informatiques permet aussi une mise en œuvre de ce travail d'analyse. [B2i]</p>
Médiatrice d'un segment Bissectrice d'un angle	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Connaître et utiliser la définition de la médiatrice ainsi que la caractérisation de ses points par la propriété d'équidistance.</li> <li>- Connaître et utiliser la définition de la bissectrice.</li> <li>- Utiliser différentes méthodes pour tracer : <ul style="list-style-type: none"> <li>- la médiatrice d'un segment ;</li> <li>- la bissectrice d'un angle.</li> </ul> </li> </ul>	<p>La bissectrice d'un angle est définie en sixième comme la demi-droite qui partage l'angle en deux angles adjacents de même mesure. La justification de la construction de la bissectrice à la règle et au compas est reliée à la symétrie axiale.</p>
Cercle	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Caractériser les points du cercle par le fait que : <ul style="list-style-type: none"> <li>- tout point qui appartient au cercle est à une même distance du centre ;</li> <li>- tout point situé à cette distance du centre appartient au cercle.</li> </ul> </li> <li>- Construire, à la règle et au compas, un triangle connaissant les longueurs de ses côtés.</li> </ul>	<p>Cette compétence a été travaillée au cycle 3 (chercher à localiser des points dont les distances respectives à deux points donnés sont connues), sans y être exigible.</p>
Vocabulaire et notations	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utiliser, en situation (en particulier pour décrire une figure), le vocabulaire suivant : droite, cercle, centre, rayon, diamètre, angle, droites perpendiculaires, droites parallèles, demi-droite, segment, milieu, médiatrice.</li> <li>- Utiliser des lettres pour désigner les points d'une figure ou un élément de cette figure (segment, sous-figure...).</li> </ul>	<p>La maîtrise du vocabulaire, des notations et des formulations spécifiques du langage géométrique est nécessaire au travail géométrique, mais ce dernier ne doit pas se limiter à la recherche de cette maîtrise. C'est donc dans des problèmes où leur présence s'avère utile, voire indispensable, que ces éléments de langage sont introduits et employés :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- figures « téléphonées » ;</li> <li>- description écrite d'une figure pour permettre à un interlocuteur de la construire ;</li> <li>- dessin à main levée d'une figure pour permettre à un interlocuteur de la construire ;</li> <li>- jeux du portrait : questions successives dans le but de trouver la figure choisie par le meneur de jeu dans un lot de figures.</li> </ul>



Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
<p><b>3.2. Parallélépipède rectangle : patrons, représentations en perspective.</b>  <i>[Programme cycle 3 ; document d'application, p. 33 et 34]</i></p>	<p>- Fabriquer ou reconnaître un parallélépipède rectangle de dimensions données, à partir de la donnée :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- de ses trois dimensions ;</li> <li>- du dessin d'un de ses patrons ;</li> <li>- d'un dessin le représentant en perspective cavalière.</li> </ul> <p><i>[Arts plastiques]</i></p> <p>- Dessiner ou compléter un patron d'un parallélépipède rectangle.  <i>[Arts plastiques]</i></p>	<p>L'observation et la manipulation d'objets usuels constituent des points d'appui indispensables.</p> <p>A l'école élémentaire, les élèves ont déjà travaillé sur le parallélépipède rectangle et le cube (description, construction, patron). Cette étude est poursuivie en 6<sup>e</sup>, en mettant l'accent sur un aspect nouveau : la représentation en perspective cavalière, dont certaines caractéristiques sont précisées aux élèves.</p> <p>L'usage d'outils informatiques permet en outre une visualisation de différentes représentations d'un objet de l'espace. <i>[B2i]</i></p> <p>Même si les compétences attendues ne concernent que le parallélépipède rectangle, les travaux portent sur différents objets de l'espace. Ils s'appuient sur l'étude de solides, éventuellement réalisés en technologie, amenant à passer de l'objet à ses représentations et inversement.</p> <p>Le cube est reconnu comme un parallélépipède rectangle particulier.</p> <p>Le vocabulaire (face, arête, sommet) est utilisé dans des situations où il apparaît nécessaire, en même temps que celui qui permet de caractériser les propriétés des faces ou des arêtes.</p> <p>La capacité présente et future à «voir dans l'espace» est liée à la construction par l'élève d'images mentales portant en particulier sur les relations de parallélisme et d'orthogonalité extraites du parallélépipède rectangle, sans que des compétences particulières soient exigibles dans ce domaine.</p>
<p><b>3.3 Symétrie orthogonale par rapport à une droite (symétrie axiale)</b>  <i>[Programme cycle 3 ; document d'application, p. 32]</i></p>	<p>- Construire le symétrique d'un point, d'une droite, d'un segment, d'un cercle (que l'axe de symétrie coupe ou non la figure).</p> <p>- Construire ou compléter la figure symétrique d'une figure donnée ou de figures possédant un axe de symétrie à l'aide de la règle (graduée ou non), de l'équerre, du compas, du rapporteur.</p>	<p>Dans la continuité du travail entrepris à l'école élémentaire, les activités s'appuient encore sur un travail expérimental (pliage, papier calque) permettant d'obtenir un inventaire abondant de figures simples, à partir desquelles sont dégagées les propriétés de "conservation" de la symétrie axiale (conservation des distances, de l'alignement, des angles et des aires).</p> <p>Le rôle de la médiatrice comme axe de symétrie d'un segment est mis en évidence.</p> <p>La symétrie axiale n'a, à aucun moment, à être présentée comme une application du plan dans lui-même.</p>

## 4. Grandeurs et mesures

En continuité avec le travail effectué à l'école élémentaire, cette rubrique s'appuie sur la résolution de problèmes souvent empruntés à la vie courante. Elle permet d'aborder l'histoire des sciences, d'assurer des liens avec les autres disciplines, en particulier la technologie et les sciences de la vie et de la Terre, de réinvestir les connaissances acquises en mathématiques, mais aussi d'en construire de nouvelles. Par exemple, le recours aux longueurs et aux aires permet d'enrichir le travail sur les nombres non entiers et les

opérations étudiées en classe de sixième. Il est important que les élèves disposent de références concrètes pour certaines grandeurs et soient capables d'estimer une mesure (ordre de grandeur). L'utilisation d'unités dans les calculs sur les grandeurs est légitime. Elle est de nature à en faciliter le contrôle et à en soutenir le sens. A travers les activités sur les longueurs, les aires et les volumes, les élèves peuvent élaborer et utiliser un premier répertoire de formules.

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
<p><b>4.1 Longueurs, masses, durées</b>  <i>[Programme cycle 3 ; document d'application, p.36 et 37]</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Effectuer, pour les longueurs et les masses, des changements d'unités de mesure.</li> <li>- Comparer des périmètres.</li> <li>- Calculer le périmètre d'un polygone.</li> <li>- Connaître et utiliser la formule donnant la longueur d'un cercle.</li> <li>- Calculer des durées, calculer des horaires.</li> </ul>	<p>Il s'agit d'entretenir les connaissances acquises à l'école élémentaire, de compléter et consolider l'usage d'instruments de mesure, en s'appuyant sur les équivalences entre les différentes unités.</p> <p>Les activités de comparaison des périmètres peuvent faire intervenir diverses méthodes : report de longueurs sur une demi-droite, recours à la mesure, utilisation d'un raisonnement. La comparaison de périmètres sans les mesurer est particulièrement importante pour assurer le sens de cette notion.</p> <p>Il s'agit en sixième d'introduire le nombre <math>\pi</math> ; c'est l'occasion de proposer une activité basée sur un événement scientifique de portée historique. Des activités de mesurage permettent de conjecturer l'existence d'une relation de proportionnalité entre la longueur du cercle et le rayon.</p> <p>Certains travaux sur les périmètres conduisent à décrire des situations mettant implicitement en jeu des fonctions, notamment à travers l'utilisation de formules. Des expressions telles que « en fonction de », « est fonction de » peuvent être ainsi utilisées ; par exemple : exprimer le périmètre d'un carré en fonction de la longueur <math>a</math> de son côté.</p> <p>Le travail sur les périmètres est également favorable à une première initiation aux écritures littérales dans l'élaboration par les élèves d'une formule exprimant le périmètre d'une figure en fonction d'une ou deux longueurs désignées par une ou deux lettres.</p> <p>Toute définition de la notion de fonction est exclue.</p> <p>Les élèves ont été amenés, au cycle 3 de l'école élémentaire, à calculer des durées à l'aide de procédures personnelles qui sont entretenues en sixième. L'utilisation d'un schéma linéaire (ligne du temps) est une aide.</p>
<p><b>4.2 Angles</b>  <i>[Programme cycle 3 ; document d'application, p.39]</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comparer des angles.</li> <li>- Utiliser un rapporteur pour : <ul style="list-style-type: none"> <li>- déterminer la mesure en degré d'un angle ;</li> <li>- construire un angle de mesure donnée en degré.</li> </ul> </li> </ul>	<p>Dans la continuité du travail entrepris à l'école élémentaire, il est indispensable de faire un travail sur la comparaison des angles sans avoir recours à leur mesure, en les superposant, et notamment de mettre en évidence que l'égalité des angles est indépendante de la longueur des côtés.</p> <p>Le rapporteur est un nouvel instrument de mesure qu'il convient d'introduire à l'occasion de la construction et de l'étude des figures.</p>
<p><b>4.3 Aires : mesure, comparaison et calcul d'aires</b>  <i>Programme cycle 3 ; document d'application, p.37 et 38</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comparer des aires.</li> <li>- Déterminer l'aire d'une surface à partir d'un pavage simple.</li> <li>- Différencier périmètre et aire.</li> <li>- Connaître et utiliser la formule donnant l'aire d'un rectangle.</li> </ul>	<p>Poursuivant le travail effectué à l'école élémentaire, les élèves sont confrontés à des problèmes dans lesquels il faut :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- comparer des aires à l'aide de reports, de décompositions, de découpages et de recompositions, sans perte ni chevauchement ;</li> <li>- déterminer des aires à l'aide de quadrillage et d'encadrements.</li> </ul> <p>Certaines activités proposées conduisent les élèves à comprendre notamment que leurs sens de variation ne sont pas toujours similaires.</p> <p>Au cycle 3 de l'école élémentaire, les élèves ont calculé l'aire d'un rectangle dont l'un des côtés au moins était de dimension entière. En sixième, le résultat est généralisé au cas de rectangles dont les dimensions sont des décimaux [cf. § 2.Nombres et calcul].</p>

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Calculer l'aire d'un triangle rectangle.</li> <li>- Effectuer pour les aires des changements d'unités de mesure.</li> </ul>	<p>Des manipulations permettent aux élèves de comprendre le passage du rectangle au triangle rectangle. A partir de là, ils peuvent être confrontés au calcul d'aires de figures décomposables en rectangles et triangles rectangles.</p> <p>Comme pour les longueurs, l'utilisation des équivalences entre diverses unités est préférée à celle systématique d'un tableau de conversion.</p>
<b>4.4 Volumes</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Déterminer le volume d'un parallélépipède rectangle en se rapportant à un dénombrement d'unités.</li> <li>- Connaître et utiliser les unités de volume et les relier aux unités de contenance.</li> <li>- Savoir que <math>1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3</math>.</li> <li>- Effectuer pour les volumes des changements d'unités de mesure.</li> </ul>	<p>La construction des connaissances relatives au volume relève du collège. Il s'agit d'étendre à l'espace des démarches de pavage déjà pratiquées pour déterminer des aires. A l'entrée en sixième, les élèves n'ont aucune connaissance des unités de volume autres que celles relatives aux contenances. Il s'agit donc de les aider à mettre en place des images mentales comme celle du décimètre cube rempli par mille centimètres cubes. Des cas où interviennent des valeurs non entières sont étudiés (par exemple un pavé <math>3 \times 2 \times 1,5</math>), dans la mesure où ils sont susceptibles d'un traitement simple à l'aide d'un pavage. Aucune compétence n'est exigible à ce sujet. Le cas général sera étudié en classe de cinquième.</p> <p>Comme pour les longueurs et les aires, l'utilisation des équivalences entre diverses unités est préférée à celle systématique d'un tableau de conversion.</p>